|  |
| --- |
| Семинар XX (1.09.16)  Машины Тьюринга |
| Для выполнения заданий семинара необходимо:   * знание следующих понятий:  тавтология;  * + противоречивое высказывание;   + метод таблиц истинности;   + логические операции в логике высказываний |

Ыкпыппывпмквамвкмвпекаивмсыукпропиамвыпрол

|  |
| --- |
| Изучен следующий материал:   * 1й тип задач и примеры их решения; * 2й тип задач и примеры их решения; * 3й тип задач и примеры их решения. |

Рврвкркрввкрврвкрв

Врвкрвкрвкрвркврвкр

врвкрвкрврвкрвкрвкр

|  |
| --- |
| Семинар 1 (1.09.16)  Формальная запись высказываний |
| Для выполнения заданий семинара необходимо:   * знание следующих понятий:  тавтология;  * + противоречивое высказывание;   + метод таблиц истинности;   + логические операции в логике высказываний |

## Метод таблицы истинности.

Дана произвольная формула . Определить, является ли тавтологией, противоречием, выполнимой формулой.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

– выполнимая; – противоречие; – тавтология;

## От словесного высказывания перейти к его формальной записи.

Если лекция состоится, то студент Сидоров рад, а Петров не рад и если лекция не состоится, то студент Сидоров не рад, а Петров рад.

«Лекция состоится»

«Сидоров рад»

«Петров рад»

Для того, чтобы студент поступил в магистратуру, он должен успешно защитить бакалаврскую работу, написать статью или получить сертификат.

«Студент хочет поступить»

«Успешно защитить ВКРБ»

«Написать статью»

«Получить сертификат»

Пусть – длины сторон треугольника. Треугольник существует. Если , то треугольник равносторонний, иначе если или или то равнобедренный, иначе разносторонний.

«»

«»

«»

«треугольник равносторонний»

«треугольник равнобедренный»

«треугольник разносторонний»

Сетевое соединение устанавливается только тогда, когда канал исправен, кабель подключен, сетевое ПО запущено и аутентификация успешна.

A = «сетевое соединение устанавливается»

B = «канал исправен»

C = «кабель подключен»

D = «сетевое ПО запущено»

E = «аутентификация успешна»

|  |
| --- |
| Изучен следующий материал:   * определение типа высказывания (тавтология, противоречие, выполнимое) с помощью метода таблиц истинности; * от словесного высказывания перейти к его формальной записи. |

|  |
| --- |
| Семинар 2 (1.09.16)  Исчисление высказываний методом формальных теорий на примере теории . |
| Для выполнения заданий семинара необходимо:   * знание следующих понятий:   + формальная теория;   + понятие выводимости;   + непротиворечивость. |

Формальная теория для исчисления высказываний включает следующие компоненты:

1. Все пропозициональные буквы являются формулой
2. Если – формулы, то например, и – формулы теории
3. Какими бы ни были формулы и , следующие формулы – суть аксиомы теории :

1. MP (Modus Ponens): Если и , то .

Правило MP позволяет утверждать

От утверждения основания к утверждению следствия в ампликативной форме (Обратное неверно!)

Modus tollendo tollens (путь исключения исключений)

MP позволяет сохранять товтологичность формулы.

Исчисление высказываний путем построений логического вывода в формальной аксиомат. теории составляет содержание метода формальных теорий.

Выводимость формулы в доказывается построением конкретного логического вывода.

Шагами вывода являются формулы, каждая из которых удовлетворяет описанию теории.

1. A гипотеза
3. ч.т.д. 1,2 MP
4. гипотеза
5. ч.т.д (1)

Примечание

- каждая доказанная теорема теории может в дальнейшем использоваться как гипотеза

- каждая ранее доказанная формула теории может использоваться, как гипотеза.

Теорема дедукции (Эрбрана)

Если – множество гипотез и – формулы теории и ,

* **Следствие 1** из теоремы дедукции

Если , то из

* **Следствие 2** из теоремы о дедукции

Правило транзитивности:

Доказательство:

1. – гипотеза
2. – гипотеза
3. – гипотеза
4. – 3,1, MP

} правило отделения

1. – 4,2, MP
2. Вывод 1,…5.
3. 6, Th дедукции, ч.т.д.

- **Следствие 3**

Правило сечения

1. гипотеза (дано по условию)
2. гипотеза (дано по условию)
3. гипотеза
4. 3,1 MP
5. 2, 4 MP
6. Вывод 1,…5
7. ч.т.д.

6, Th дедукции

Замечания в теории

1. Формула ? теории является её теоремой тогда и только тогда, когда ? – тавтология (теорема о полноте).

Всякая тавтология исчислений является теоремой и наоборот.

Множество теории и множество тавтологий совпадает.

1. Формальная теория является и семантической и формально-непротиворечимой.
2. Теория является разрешимой.
3. Система аксиом теории является независимой.

- называется независимой от остальных аксиом множества , если она невыводима из этих остальных аксиом ()

Если каждая аксиома множества является независимой, то и вся система аксиом множества является независимой аксиомой

Для теории :

- Система аксиом не сократима

- Другие формулы в качестве аксиом необязательно дадут независимую систему.

Построить логический вывод заданной формулы в теории

1. *A* гипотеза
2. 1, 2 MP правило отделения
3. (3)
4. Вывод 1,…4
5. ч.т.д. 5, Th. Дедукции

|  |
| --- |
| Изучен следующий материал:   * формальная теория ; * правило Modus Ponens; * правило Modus tollendo tollens; * логический вывод в теории ; * теорема дедукции (Эрбрана); * следствия теоремы дедукции; * замечания в теории . |

|  |
| --- |
| Семинар 3 (15.09.16)  Построение логического вывода в формальной аксиоматической теории . |
| Для выполнения заданий семинара необходимо:   * знание следующих понятий:   + формальная теория;   + понятие выводимости;   + правило Modus Ponens;   + правило Modus tollendo tollens;   + теорема дедукции (Эрбрана);   + следствия теоремы дедукции; * наличие навыков:   + Построения логического вывода в теории |

1. *B* гипотеза
3. 2,1 MP правило сечения
4. (3)
5. Вывод 1,…4
6. ч.т.д. 5, Th. Дедукции

2. *A* гипотеза
3. 2,1 MP
4. 3
5. 5,4 по правилу сечения
6. 5,3,6 правило транзитивности ч.т.д

Эвристические подходы к построению логического вывода

**А** Собрать по дедукции (единожды, дважды и т.д. – сколько раз применялась теорема дедукции)

1. гипотеза

.

.

m.

m+1

m+2 по th. Дедукции

1. гипотеза
2. гипотеза

.

.

m.

m+1

m+2 (m+1) по th. Дедукции

m+3 (m+2) по th. Дедукции

Завершение по транзитивности или по сечению



.

.

.

m. имеет вид

.

.

.

m+i. имеет вид

m+i+1



.

.

.

m. вида

m+i. вида

m+i+1 Правило сечения

**В**



.

.

.

m.

m+i. вида

m+i+1

**№3.**

2. (1)
3. Гипотеза
4. 2, 3, правило сечения

1. ч.т.д. 5, 4 правило транзитивности

**№4.**

1. Задача № 3
2. 2, 1, MP
4. ч.т.д. 4, 3 правило транзитивности

**Д/з**

2. (1)
4. Гипотеза
5. ч.т.д. 3, 4 правило сечения

|  |
| --- |
| Изучен следующий материал:   * Логический вывод в теории . |

|  |
| --- |
| Семинар 4 (15.09.16)  Построение логического вывода в формальной аксиоматической теории . |
| Для выполнения заданий семинара необходимо:   * знание следующих понятий:   + формальная теория;   + понятие выводимости;   + правило Modus Ponens;   + правило Modus tollendo tollens;   + теорема дедукции (Эрбрана);   + следствия теоремы дедукции; * наличие навыков:   + Построения логического вывода в теории |

**№5.**

1. Гипотеза
2. *А* Гипотеза

1. 1, 3, MP
2. (4), (5), Правило транзитивности
3. 2, 6, MP
4. Вывод 1…7
5. (8) Th. дедукции
6. ч.т.д9 Th. Дедукции
8. Гипотеза
9. 2, 1 MP
11. (3)
12. 4, 5 правило сечения
13. 6, 1, правило транзитивности, ч.т.д.

**№6.**

1. Гипотеза
2. Ранее доказано
3. 2, 1, Правило транзитивности

1. 3, 4, Правило транзитивности
2. *№5.*
3. 5, 6 MP
4. Вывод 1…7
5. ч.т.д8 Th. Дедукции

**№7.**

1. Гипотеза
2. Гипотеза
3. 1, 2 MP
4. 4 Th. Дедукции
5. 5 Th. Дедукции

№ 6.

1. 6, 7, правило транзитивности

**№8.**

1. Гипотеза, ранее доказано
3. 1, 2 MP
5. 3, 4, правило транзитивности, ч.т.д

***№9. Д/з***

(дважды по дедукции)

1. Гипотеза
2. 2, 3 MP ч.т.д.

***№10.***

1. Гипотеза
2. 2, 1 MP
3. Гипотеза (опр. теории)
4. 5, 4,правило транзитивности

*6* ч.т.д.

***№11.***

1. Гипотеза (опр.теор)
2. 1, 2, правило сечения
4. 4,5 правило транзитивности
6. 6,7 правило сечения, ч.т.д.

***Д/з к РК***

***№12.***

1. Гипотеза
2. (3), (4) MP
3. (6), (2) Правило сечения
4. (7), (8) Правило транзитивности

***№13.***

1. Гипотеза
2. (1), (2) MP
3. (3), (5) Правило транзитивности

***№14.***

1. Гипотеза
2. (2), (3) MP
4. (1), (5) Правило сечения
5. (6), (2) Правило сечения
6. (8), (3) Правило транзитивности
7. (7), (11) Правило транзитивности

***№15.***

2. Гипотеза
3. (3), (1) MP
5. (5), (2) Правило транзитивности

***№16.***

1. Гипотеза
2. (1), (3) MP
4. (2), (5) Правило сечения
5. По теореме дедукции

***№17.***

1. Гипотеза
2. (2), (3) MP
3. (1), (5) Правило сечения
5. (7), (5) Правило транзитивности

|  |
| --- |
| Изучен следующий материал:   * Логический вывод в теории . |

|  |
| --- |
| Семинар 5 (15.09.16)  Построение логического вывода в формальной аксиоматической теории . |
| Для выполнения заданий семинара необходимо:   * знание следующих понятий:   + формальная теория K;   + понятие выводимости;   + правило Modus Ponens;   + правило связывания квантором всеобщности   + правило связывания квантором существования   + Аксиомы теории К * наличие навыков:   + Построения логического вывода в теории |

*№1. Не все птицы умеют летать*

*«x – является птицей»*

*«x – умеет летать»*

*№ 2. Если некто может решить задачу, то и Андрей может.*

*«x – может решить задачу»*

*= Андрей*

*№ 3. Каждый обладающий упорством может изучить логику*

*«x – обладает упорством»*

*«x – может изучить»*

*№ 4. Все автомобили управляются водителем*

*«x – являются автомобилем»*

*«y управляет x»*

*«y – является водителем»*

*Некоторые женщины являются юристами и членами конгресса*

*«x – являются женщиной»*

*«x – являются юристом»*

*«x – являются членами конгресса»*

***Д/з***

1. *Каждый четверокурсник прочитал хотя бы одну книгу*
2. *Две прямые, каждая из которых параллельна третьей прямой, параллельны между собой*

|  |
| --- |
| Изучен следующий материал:   * Логический вывод в теории . |

|  |
| --- |
| Семинар 6 (15.09.16)  Построение логического вывода в формальной аксиоматической теории . |
| Для выполнения заданий семинара необходимо:   * знание следующих понятий:   + формальная теория K;   + понятие выводимости;   + правило Modus Ponens;   + правило связывания квантором всеобщности   + правило связывания квантором существования   + Аксиомы теории К * наличие навыков:   + Построения логического вывода в теории |

1. Гипотезы
2. 1,2 МР
3. *3,*поскольку в A(x) x входит свободно, а в B x не входит
4. 1,4 МР
5. 5,8 МР
6. Вывод 1…9
7. 10, Теорема дедукции
8. 11, Теорема дедукции, следствие 1

*Альтернативный вариант*

1. *Вывод 1…9*
2. *10, теорема дедукции, следствие 1*
3. Гипотеза по опр. теории
4. *1,* в В нет свободных х, в А(х) х свободен
5. *3,4 правило транзитивности*
6. 2,5правило транзитивности
7. 6*,* формула зам. кв.
8. Вывод 1…7
9. 8, Теорема дедукции, следствие 1, ч.т.д
10. Гипотеза
11. 1,
12. Гипотеза
13. 4,3 МР
14. 5,2 Правило транзитивности
15. *6, фор.зам.кван. ч.т.д.*
16. Гипотеза
17. 2,1 МР
18. 4,3 Правило сечения
19. 5,6 Правило транзитивности
20. В левой части х свободен, а в правой части его нет, ч.т.д.
21. Правило транзитивности
22. Гипотеза
23. 2,1 МР
24. 6,5 Правило транзитивности
25. 9,8 Правило транзитивности, ч.т.д.
26. Гипотеза
27. 1,2 МР
28. – x свободный, в нет свободного вхождения x
29. *(по z)*
30. 6,5 Правило транзитивности, ч.т.д.

*7\*. Альтернативный вариант:*

1. Гипотеза
2. в входит свободно, в не входит по y
3. 4,3 Правило транзитивности
4. 6,5 Правило транзитивности
5. *(по z)* в входит свободно, в вхождения нет

*Ч.т.д.*

1. Гипотеза
2. 2, Формула замены квантора
3. 6, Теорема дедукции

*8\*. Альтернативный вариант 1:*

1. Гипотеза
2. в нет свободных вхождений по y
3. 2, Формула замены квантора
4. Гипотеза
5. (по y): в A(x) не входит, в B(y) входит свободно
6. 5,6 Правило транзитивности

*8\*. Альтернативный вариант 2:*

1. Гипотеза
2. в нет свободных вхождений по y
3. 2, Формула замены квантора
4. Гипотеза
5. 4,5, МР
6. 6,5 Правило транзитивности
7. 3,7 Правило транзитивности, ч.т.д.
8. Гипотеза
9. *(по y): в A(x) не входит, в B(y) входит свободно*

1. Гипотеза
2. 4,3 Правило транзитивности

– Вариант с макроподстановкой

1. Формула замены квантора
2. Гипотеза
3. 10,9 МР

*Не дорешали*

***Д/з***

|  |
| --- |
| Изучен следующий материал:   * Логический вывод в теории . |

|  |
| --- |
| Семинар 8 (20.10.16)  Построение логического вывода в формальной аксиоматической теории . |
| Для выполнения заданий семинара необходимо:   * знание следующих понятий:   + формальная теория K;   + понятие выводимости;   + правило Modus Ponens;   + правило связывания квантором всеобщности   + правило связывания квантором существования   + Аксиомы теории К * наличие навыков:   + Построения логического вывода в теории |

***9\*****.*

1. Гипотеза
2. *(по y): в A(x) не входит, в B(y) входит свободно*

1. Гипотеза
2. законно
3. 5,3 Правило транзитивности
5. 7, Формула замены кванторов, ч.т.д.

***10****.*

1. Гипотеза
2. 2,3 Правило транзитивности
3. *,* т.к ***х*** в левой части связан, а в правой свободен
4. *,* т.к ***y*** в левой части нет, а в правой свободно, ч.т.д.

***11****.*

1. Гипотеза
2. *1,2 МР*
3. Вывод 1…4
4. 6, теорема дедукции
5. 5,7 Правило транзитивности
6. (по х), т.к. свободного вхождения слева нет

***11\*****. Альтернативный вариант*

3. 1,2 МР
5. 5,4 Правило транзитивности
6. (по х), законно

***Д/з***

***12****.*

1. (2), u
2. (3), w вместо u
3. (4), z вместо y
4. (3), v вместо w
5. Формулы окончательны, т.к. x,y входят в исходную формулу свободно и связанно.

***13****.*

1. Формулы замены кванторов (3),u вместо y
2. (3), u вместо y
3. (3), v вместо u
4. (4), w вместо z
5. Формула замены кванторов по v
6. (4) s вместо v
7. *x – остается, y – вернуть нельзя, т.к. входит и связан, и свободно, z – можно вернуть*

|  |
| --- |
| Изучен следующий материал:   * Логический вывод в теории . |

|  |
| --- |
| Семинар 9 (20.10.16)  Построение логического вывода в формальной аксиоматической теории . |
| Для выполнения заданий семинара необходимо:   * знание следующих понятий:   + Предваренные нормальные формы (ПНФ);   + Сколемизация;   + Клаузальная форма;   + правило Элиминации   + правило Элиминация   + метод резолюций * наличие навыков:   + Построения логического вывода в теории |

***№1.***

1. Джон переутомился или болен
2. Если Джон переутомился, то он спит
3. Джон не спит

**Заключение:** Джон болен

«Джон переутомился»

«Джон болен»

«Джон спит»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

***№2.***

1. Зарплата возрастает тогда и только тогда, когда инфляция.
2. Если есть инфляция, то стоимость жизни увеличивается.
3. Зарплата возрастает

**Заключение:**Стоимость жизни увеличивается.

«Зарплата растет»

«Есть инфляция»

«Увеличивается стоимость жизни»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Д/з**

1. Сессия сдана вовремя или продлена.
2. Если сессия продлена, то студент болел или был на соревновании.
3. Если студент был на соревнованиях, то модули были закрыты вовремя.
4. Если студент болел, то модули не были закрыты вовремя.
5. Если сессия сдана вовремя, то модули были закрыты вовремя и студент не был на соревновании.
6. Сессия не сдана вовремя.

**Заключение:** Модули не были закрыты вовремя и сессия продлена.

|  |
| --- |
| вывод |

*ТУТ ПОМОЕМУ ДЫРКА ТУТ НОВЫЙ СЕМЕНАР НАЧИНАЛСЯ*

|  |
| --- |
| Семинар 10 (20.10.16)  Построение логического вывода в формальной аксиоматической теории . |
| Для выполнения заданий семинара необходимо:   * знание следующих понятий:   + Предваренные нормальные формы (ПНФ);   + Сколемизация;   + Клаузальная форма;   + правило Элиминации   + правило Элиминация   + метод резолюций * наличие навыков:   + Построения логического вывода в теории |

1. Верно на всей территории страны, если нечто является автомобилем, то оно либо отечественное, либо зарубежное изделие.
2. В некоторых случаях изделие или является автомобилем, или летает.
3. Не все изделия отечественного производства.

**Заключение:** Найдется ли изделие, которое или зарубежного производства, или летает.

Все предикаты определены на одном общем множестве.

«х является автомобилем»

«x отечественное изделие»

«x зарубежное изделие»

«x летает»

*M=*

*4.*

1. *ПНФ*
2. *В ПНФ*
3. Сколемизация (1) – в скол. формуле

*(2)*

*(3)*

*(4) -* в скол. формуле

1. Получение (сколемизация ПНФ, в кот. матрицы являются КНФ)
2. В кл. формуле
3. В кл. формуле
4. В кл. формуле
5. Элиминация
6. Элиминация A

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Вводим унификаторы

1. *ч.т.д.*

По истинности предикатов, входящих в 1 вопрос, получаем

а = Сааб

I

Посылки. База утверждений. База правил.

1. Некоторые студенты любят всех преподавателей.
2. Никто из студентов не любит хиппи.
3. Некоторые студенты хиппи.
4. Некоторые преподаватели хиппи.

II

1. Найдется ли преподаватель, который не любит хотя бы одного студента хиппи
2. Верно ли, что существует студент, который любит Скворцова
3. ???

III

Студенты {Иван, Петр}

Преподаватели {Сидоров, Скворцов}

Хиппи {Иван, Скворцов}

«х является студентом»

«y является преподавателем»

«w является хиппи»

«x любит y»

а)

б) Сколемизация

в) Кл.ф

г) Элиминация кв.

Элиминация &

S (Иван), S (Петр)

S (Сидоров), S (Скворцов)

S (Иван), S (Скворцов)

1. а) ПНФ

б) Уже сколемизирован

в)

г)

д) Элиминация & не требуется

1. а)

б)

в)

г) д) - не требуется

1. а)

б)

в)

г) д) - не требуется

а) ПНФ:

б) Сколемизация не требуется

в)

г)

д)

1. Резольвируем

Подстановка

(3)



Следовательно, вопрос следует из базы утверждений и фактов. Для конкретизации констант *a* и *b* проанализируем вопрос

Предикаты, содержащие *x* и входящие в вопрос это: , должны быть одновременно истинны в интерпретации *a,* а это возможно только при *a = Иван , b* вводилось вместо *y*

Предикат, содержащий *y* и входящий в вопрос и содержащийся в базе фактов, это:

В процессе вывода была сделана обоснованная подстановка *y* вместо *w*, , сл-но

Вопрос истинен в интерпретации

И ответ следующий, «Да, найдется преподаватель, который не любит студента-хиппи», это следует из базы утверждений и фактов, поскольку был получен

Преподаватель - Скворцов

Студент – Иван

Пример введения терма по 2 правилу сколема

Найдется ли преподаватель, который не любит студентов-хиппи.

а)

б)

Резольвируем

.

.

.

n.

.

.

.

n+k

|  |
| --- |
| вывод |